

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Львівський національний університет імені Івана Франка

Факультет прикладної математики та інформатики

Кафедра прикладної математики

РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА

Дисципліна: **Числові методи математичної фізики**

Галузь знань: 0403 – Системні науки та кібернетика

Напрями: 6.040301-прикладна математика

Факультет: прикладної математики та інформатики

Форма навчання: денна

Виписка з навчального плану

Семестр	К-сть кредитів	в тому числі			К-сть ауд.	С.р.	КР	КП	Залік	Іспит
		Л	Ц,С	ЛР						
VII	4	54	-	18	68	68	-	-	+	-
VIII	3	30	-	15	45	45	-	-	+	+

Анотація В курсі подаються основи варіаційних методів у зв'язку з числовим аналізом задач математичної фізики методом скінченних елементів. Наводяться методи побудови найбільш поширених варіаційних формулювань крайових задач та методи знаходження їх наближених розв'язків. Описуються найбільш вживані в методі скінченних елементів апроксимації. Розглядаються приклади побудови схем методу скінченних елементів для ряду крайових задач. Розглядаються способи отримання апріорних оцінок збіжності.

Ключові слова варіаційні методи, метод скінченних елементів, апріорні оцінки збіжності, кусково-аналітичні апроксимації.

Тема 1. Варіаційні методи

1. Додатні та додатно визначені оператори
2. Варіаційна задача про мінімум квадратичного функціонала
3. Існування розв'язку задачі про мінімум функціонала енергії
4. Головні та природні граничні умови
5. Задачі з неоднорідними граничними умовами
6. Метод Рітца
7. Метод скінченних елементів
8. Слабкий розв'язок крайової задачі
9. Абстрактна варіаційна задача
10. Метод Бубнова-Гальоркіна
11. Вправи для самостійного виконання

Тема 2. Апроксимація на скінченних елементах

1. Похибки апроксимації кусково-лінійними функціями
2. Одновимірні скінченні елементи лагранжового типу
3. Ермітові одновимірні апроксимації на скінченних елементах
4. Одновимірні апроксимації функціями-бульбашками
5. Апроксимації на трикутних скінченних елементах
6. Лагранжові апроксимації на прямокутних скінченних елементах
7. Двовимірні ізопараметричні апроксимації
8. Апроксимації на тетраедрах
9. Тривимірні ізопараметричні апроксимації
10. Вправи для самостійного виконання

Тема 3. Крайові задачі

1. Крайова задача для рівняння парного порядку
2. Априорна оцінка точності МСЕ
3. Априорна оцінка точності за Нітше
4. Схема МСЕ для рівняння четвертого порядку
5. Крайова задача для системи диференціальних рівнянь
6. Задача про циліндричний згин пластини
7. Крайові задачі для рівняння Пуассона
8. Схема МСЕ для рівняння Пуассона
9. Схема МСЕ, побудована на ізопараметричних апроксимаціях
10. Рівняння стаціонарної адвекції-дифузії
11. Бігармонічне рівняння
12. Крайові задачі для рівняння еліптичного типу
13. Вправи для самостійного виконання

Тема 4. Задачі на власні значення

1. Математичні моделі, які приводять до задач на власні значення
2. Коливання струни
3. Згинні коливання стрижня
4. Коливання мембрани
5. Коливання пластини
6. Властивості спектра оператора
7. Енергетичні теореми в проблемі власних чисел
8. Дискретний спектр оператора Штурма-Ліувілля
9. Мінімаксимальний принцип Куранта
10. Теорема про порівняння власних чисел
11. Метод Рітца в задачах на власні значення
12. Слабке формулювання задачі на власні значення і метод Гальоркіна
13. Числовий аналіз спектральної задачі для оператора Штурма-Ліувілля
14. Спектр оператора задачі про згин пластини
15. Похибки власних чисел і власних функцій
16. Вправи для самостійного виконання

Тема 5. Початково-крайові задачі

1. Параболічна задача
2. Варіаційне формулювання параболічної задачі
3. Напівдискретні апроксимації Гальоркіна
4. Енергетичне рівняння
5. Стійкість напівдискретних апроксимацій
6. Перша оцінка норми напівдискретного розв'язку
7. Друга оцінка норми напівдискретного розв'язку
8. Існування розв'язку варіаційної задачі
9. Збіжність напівдискретних апроксимацій
10. Дискретизація варіаційної задачі за часом
11. Кусково-лінійна апроксимація за часом
12. Однокрокова рекурентна схема
13. Стійкість рекурентних схем
14. Збіжність рекурентних схем
15. Вправи для самостійного виконання

Література (основна)

1. Савула Я.Г. Числовий аналіз задач математичної фізики варіаційними методами. Львів, 2004.
2. Савула Я.Г. Метод скінченних елементів. Київ, 1993.
3. Шинкаренко Г.А. Проекційно-сіткові методи розв'язування початково-крайових задач. Київ, 1991.
4. Ректорис К. Вариационные методы в математической физике и технике. М. 1985.
5. Brenner S., Scott L. The mathematical theory of finite element methods. Springer, 2008.
6. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. М.: 1970.

Література (додаткова)

1. Агошков В.И., Дубовский П.Б., Шутяев В.П. Методы решения задач математической физики. М.: Физматлит, 2002.
2. Блехман И.И., Мышкис А.Д., Пановко Я.Г. Прикладная математика: предмет, логика, особенности подходов. К. "Наукова думка". 1976.
3. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М. "Наука", 1982.
4. Самарский А.А., Михайлов А.П. Компьютеры и жизнь: (Математическое моделирование). М.: "Педагогика", 1987. - 128 с.
5. Szabo B.A., Babuska I. Finite element analysis. John Wiley & Sons, Inc., 1991.