МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ

Львівський національний університет імені Івана Франка

Факультет прикладної математики та інформатики

Кафедра інформаційних систем

ПРОГРАМА КУРСУ

Функціональний аналіз та обчислювальна математика

Напрям : інформатика

Факультет : прикладної математики та інформатики

Форма навчання : денна

Виписка з навчального плану

Семестр	Кількість кредитів	Загальний обсяг (год.)	Всього аудит. (год.)	у тому числі (год.):			Самос. роб. (год)	Контрольні (модульні) роботи (шт.)	Курсові роботи (проекти) (шт)	Залік	Іспит
				Лекції	Лабор	Практичні					
3	5	180	85	51	34		95	1			+

АНОТАЦІЯ

На засадах теоретико-множинного підходу поставлено завдання:
(i) охарактеризувати концепцію лінійних нормованих просторів, зокрема, банахових і гільбертових;
(ii) розвинути поняття збіжності, неперервності, повноти;
(iii) проаналізувати абстрактні операторні задачі, зокрема, про найкраще наближення і нерухомі точки, з позицій коректності їхніх формулювань;
(iv) побудувати методи розв'язування операторних задач з позицій оберненого оператора, принципу стискаючих відображень і ортогональної проекції;
(v) на модельних задачах подати приклади застосувань розглянутих методів для потреб обчислювальної математики.

ЗМІСТ ПРОГРАМИ

Лінійні простори. Лінійний підпростір, лінійна комбінація, лінійна оболонка, лінійний многовид, афінний многовид, опукла множина. Лінійно незалежні елементи, база лінійного простору, єдиність розкладу за базою. Лінійні відображення, ізоморфізм.
Нормовані простори. Норма, підпорядковані та еквівалентні норми. Норми функцій, функціоналів, операторів. Фундаментальна та збіжна послідовності. Щільна, відкрита та замкнена

множина. Простори Лебега, Соболєва, нерівності Гельдера та Мінковського. Неперервність відображення, рівномірна неперевність. Задача про найкраще наближення, існування її розв'язку.
Простори зі скалярним добутком. Скалярний добуток, нерівність Буняковського-Шварца. Нормованість передгільбертового простору. Матриця Грама, критерій лінійної незалежності елементів передгільбертового простору, додатна визначеність матриці Грама. Ортогональні системи, процес ортогоналізації Соніна-Шмідта.
Розв'язування задачі про найкраще наближення в скінченновимірному просторі. *Банахові простори.* Повнота скінченновимірного простору. Збіжні і абсолютно збіжний ряд. Ознака банахового простору. Сепарабельні простори.
Лінійні неперервні оператори (ЛНО) та функціонали (ЛНФ). Еквівалентність обмеженості та неперервності лінійного оператора. Банахів простір ЛНО. Продовження ЛНО та ЛНФ, теорема Гана-Банаха. Рівномірна та сильна збіжність в банахових просторах.
Обернений оператор. Задача про нерухому точку. Принцип стискаючих відображень. Метод Ньютона для нелінійних операторів. Нуль-простір оператора, ознака лінійного ін'єктивного оператора. Ознака обмеженості оберненого оператора. Теорема про ряд Неймана. Теорема про апроксимацію ЛНО, обумовленість ЛНО та двосторонні апріорні оцінки похибок.
Гільбертові простори. Основна теорема гільбертових просторів. Існування єдиного елемента, що реалізує віддаль до замкнутого простору. Задачі про варіаційне рівняння та варіаційну нерівність. Еквівалентна задача мінімізації. Ортогональна проекція. Теорема про ортогональне доповнення. Ознака щільності множини в гільбертовому просторі.
Спряжений простір. Теорема Рісса про структуру ЛНФ в гільбертовому просторі. Теорема Лакса-Мільграма-Вишика про варіаційне рівняння. Теорема Бабушки про розв'язок проекційної задачі.
Ряди Фур'є. Ортонормовані послідовності. Теорема про ряд Фур'є, наслідки з неї. Нерівність Парсеваля, мінімальні властивості коефіцієнтів ряду Фур'є.

ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. *Треногин В.А.* Функциональньій анализ. -М.: Наука, 1980. -496с.
2. *Люстерник Л.А., Соболев В.И.* Краткий курс функционального анализа. -М.: Высшая школа, 1982. -271с.
3. *Хатсон В., Пим Дж.* Приложения функционального анализа и теории операторов. -М.: Мир, 1983. -432с.
4. *Лянце В.* Лекции по функциональному анализу. -Львов: Изд-во ЛГУ, 1975.
5. *Треногин В.И.* и др. Задачи и упражнения по функциональному анализу. -М.: Наука, 1984.
6. *Остудін Б.А., Шинкаренко Г.А.* Методи функціонального аналізу в обчислювальній математиці. Київ: НМК ВО, 1992.

Програму склав проф. Г.А. Шинкаренко