

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ  
Львівський національний університет ім. І.Франка

Факультет прикладної математики та інформатики  
Кафедра прикладної математики

**ПРОГРАМА КУРСУ**

**“Чисельні методи лінійної алгебри”**

Напрямок : інформатика  
Факультет : прикладної математики та інформатики  
Форма навчання : денна

Виписка з навчального плану

Семестр	Кількість кредитів	Загальний обсяг (год.)	Всього аудит. (год.)	у тому числі (год.):			Самос. роб. (год)	Контрольні (модульні) роботи (шт.)	Курсові роботи (проекти) (шт.)	Залік	Іспит
				Лекції	Лабор	Практичні					
3	5	180	72	36	36		108	2			+

**1. АНОТАЦІЯ**

Чисельні методи лінійної алгебри лежать в основі обчислювальної математики, для якої характерні реалізація математичних моделей фізики, техніки, механіки і інших областей науки у формі алгебраїчних рівнянь і наступне їх розв’язування. Дана дисципліна дає можливість студентам оволодіти наближеними методами та сучасними алгоритмами розв’язування типових задач лінійної алгебри, а саме: систем лінійних алгебраїчних рівнянь та матричних проблем на власні значення. Студент також набуває досвіду стосовно причин виникнення похибок наближених обчислень та типових методик боротьби з цим явищем.

## 2. ЗМІСТ ПРОГРАМИ

### *1. Прямі методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.*

Метод виключення Гаусса для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Матричний запис кроку прямого виключення Гаусса. Матричний запис оберненого ходу. Поняття про декомпоновану матрицю системи. Неявний вираз для оберненої матриці.

Метод виключення Жордана-Гаусса. Матричний запис кроку виключення Жордана-Гаусса. Декомпонована матриця методу Жордана-Гаусса та її відмінність від декомпонованої матриці методу Гаусса.

Методи контролю точності розв'язків системи. Апріорний контроль точності. Істинний критерій точності розв'язків системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Число зумовленості матриці системи. Методи покращення результатів розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Поняття про масштабування матриці системи. Вибір головного елемента на кроці прямого виключення: по стовбчику; по матриці; по діагоналі. Ітераційне уточнення розв'язків системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Поняття про нульовий бар'єр методу Гаусса і гібридний метод для розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь з розрідженими матрицями.

Метод Холецького для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Поняття про факторизовану матрицю. Застосування факторизованої матриці. Зв'язок між декомпонованою по Гауссу та факторизованою по Холецькому матрицями. Метод квадратного кореня для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Алгоритм та блок-схема ік<sub>j</sub>-модифікації методу Холецького для систем лінійних алгебраїчних рівнянь загального вигляду.

### *2. Ітераційні методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.*

Метод простої ітерації. Збіжність методу простої ітерації. Метод Зейделя та його збіжність.

### *3. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь з розрідженою матрицею.*

Методи приведення матриці системи лінійних алгебраїчних рівнянь до стрічкового вигляду. Поняття про структурний граф матриці. Теорема про довжину найкоротшого шляху між двома вершинами графа. Поняття про периферійні вершини. Алгоритм Гібса для вибору псевдопериферійних вершин. Алгоритм Катхіл-Маккі для перестановки рядків матриці з метою приведення її до стрічкового виду. Алгоритм Тьюарсона для приведення матриці системи до стрічкового виду. Способи упаковки стрічкової матриці системи лінійних алгебраїчних рівнянь в оперативну пам'ять комп'ютера.

Алгоритм та блок-схема методу Гаусса для систем лінійних алгебраїчних рівнянь з симетричною стрічковою матрицею. Ідея профільного варіанту алгоритму методу Гаусса.

Блочний варіант методу Гаусса. Методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь, матриця яких не вміщається в оперативну пам'ять комп'ютера. Поняття про фронтальний підхід до розв'язування великих систем

з блочно-тридіагональною матрицею. Алгоритм блочного методу з розрізанням системи, що ґрунтується на прямому виключенні Гаусса.

#### *4. Перетворення Хаусхолдера та Гівенса.*

Застосування перетворення Хаусхолдера при обчисленні визначників матриць та при розв'язуванні систем лінійних алгебраїчних систем. Застосування перетворення Хаусхолдера в проблемі наближення функцій методом найменших квадратів.

Перетворення Гівенса. Процес ортонормування Грама-Шмідта.

#### *5. Методи розв'язування алгебраїчних проблем на власні значення.*

Класифікація матричних проблем на власні значення. Перетворення подібності симетричних матриць. Зведення узагальненої повної проблеми на власні значення до класичної повної проблеми.

Застосування перетворення Хаусхолдера для приведення симетричної матриці до тридіагонального вигляду. Ідея та блок-схема методу. Формули скороченого перерахунку компонент матриці при приведенні її до тридіагонального вигляду методом Хаусхолдера. Знаходження власних векторів матричної проблеми з заповненою матрицею через власні вектори тридіагональної матриці.

Теореми, на яких ґрунтується метод поділу відрізка навпіл для визначення власних значень тридіагональної матриці. Алгоритм та блок-схема методу поділу відрізка навпіл для визначення власних значень тридіагональної матриці.

Метод Якобі для розв'язання повної класичної матричної проблеми на власні значення. QL-алгоритм. Крок QL-алгоритму. Зміст ітерації на кроці. Поняття про зсув за Уілкінсоном. Ідея економної схеми для тридіагональної матриці. Алгоритм обчислення власних векторів.

Часткова узагальнена симетрична проблема власних значень. Метод Релея. Метод ітерації підпростору для розв'язування часткової проблеми на власні значення для великих симетричних розріджених матриць. Алгоритм та блок-схема методу ітерації підпростору.

Класичні проблеми на власні значення з несиметричною матрицею. Зведення несиметричної матричної проблеми до форми Хессенберга.

QR-алгоритм та подвійний QR-алгоритм для розв'язування несиметричної матричної проблеми. Відшукання власних векторів, які відповідають комплексно-спряженим власним значенням.

### ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. І.Муха, Л.Дяконюк Чисельні методи лінійної алгебри. – Львів:Вид.центр ЛНУ,2006. – 111с.
2. Р.Тьюарсон Разреженные матрицы. - М:Мир,1977. –185с.
3. Уилкинсон Дж., Райнш Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ. Линейная алгебра.-М.:Машиностроение, 1976. –381с.
4. Ортега Дж. Введение в параллельные и векторные методы решения линейных систем.-М:Мир,1991. –364с.
5. Цегелик Г.Г. Чисельні методи. Львів; 2004. – 408 с.

6. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры.- М:Наука,1977.– 304 с.
7. Икрамов Х.Д. Вычислительные методы линейной алгебры (решение больших разреженных систем уравнений прямыми методами). - М:Знание, 1989.

#### ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

1. Golub G.H., Van Loan C.F. Matrix Computations.- London:The Johns Hopkins University Press, 1989. –694с. (Рос.переклад: Голуб Дж.,Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. – М.:Мир, 1999. – 548 с.)
2. Ильин В.П., Кузнецов Ю.И. Трехдиагональные матрицы и их приложения.-М:Наука,1985.– 207с.
3. Джорж А., Лю Дж. Численное решение больших разреженных систем уравнений. – М.: Мир, 1984. – 333 с.
4. Форсайт Дж., Молер К. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений.-М:Мир,1969. –163с.
5. Парлетт Б. Симметричная проблема собственных значений. – М: Мир. – 1983.–381с.
6. Уилкинсон Дж. Алгебраическая проблема собственных значений.- М:Наука,1970. – 564с.
7. А.Джорж, Дж.Лю Численное решение больших разреженных систем уравнений. - М:Мир, 1984. –333с.

Програму склав доцент Муха І.С.