

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет ім. І.Франка

Факультет прикладної математики та інформатики
Кафедра математичного моделювання соціально-економічних процесів

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ
“Чисельні методи”

Напрямок : інформатика
Факультет : прикладної математики та інформатики
Форма навчання : денна

Виписка з навчального плану

Семестр	Кількість кредитів	Загальний обсяг (год.)	Всього аудитор. (год.)	у тому числі (год.):			Самостійна робота (год)	Контрольні (модульні) роботи (шт.)	Курсові роботи (проекти) (шт.)	Залік	Іспит
				Лекції	Лабораторії	Практичні					
5,6	8	322	140	70	70	182	4		+	+	

1. АНОТАЦІЯ

Розглядаються чисельні методи розв’язування алгебраїчних і трансцендентних рівнянь; ітераційні методи розв’язування систем нелінійних рівнянь; апроксимація функцій за допомогою рівномірного наближення, теорії інтерполяції та середньоквадратичного наближення; чисельні методи обчислення визначених інтегралів; розв’язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь та їхніх систем; чисельні методи розв’язування крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь та рівнянь з частинними похідними; чисельні методи розв’язування інтегральних рівнянь.

2. ЗМІСТ ПРОГРАМИ

Теорія похибок. Абсолютна і відносна похибки наближеного числа, гранична абсолютна і відносна похибки. Основні джерела похибок. Неусувна похибка. Пряма і обернена задачі теорії похибок. Десятковий запис наближеного

числа, значуща цифра, кількість точних знаків. Зв'язок відносної похибки наближеного числа з кількістю точних знаків цього числа. Похибки арифметичних операцій. Похибки функції.

Чисельні методи розв'язування алгебраїчних і трансцендентних рівнянь. Задача наближеного обчислення коренів алгебраїчних і трансцендентних рівнянь. Нижня і верхня межі для модулів коренів многочлена. Метод параметрів знаходження меж модулів коренів многочлена. Знаходження меж модулів коренів многочлена, використовуючи лему про модуль старшого члена многочлена. Межі для дійсних коренів многочлена. Формула Маклорена. Метод Ньютона. Спосіб Штурма відокремлення коренів. Метод параметрів локалізації дійсних коренів многочлена.

Ітераційні методи розв'язування алгебраїчних і трансцендентних рівнянь. Стаціонарні і нестаціонарні методи. Принцип стискаючих відображень. Ознака збіжності методу ітерацій. Ознака існування і єдиності кореня. Поняття порядку ітерації. Швидкість збіжності ітераційного процесу порядку m . Метод хорд та його збіжність. Метод Ньютона та його збіжність. Ітераційні методи вищих порядків. Метод Чебишева та його збіжність.

Чисельні методи розв'язування систем нелінійних рівнянь. Метод ітерацій та його збіжність. Ознака існування і єдиності розв'язку. Метод Ньютона та його збіжність. Модифікований метод Ньютона та його збіжність. Градієнтні методи.

Рівномірні наближення. Постановка задачі про рівномірне наближення функцій, функції найкращого рівномірного наближення.

Рівномірне наближення функцій класу $C[a, b]$. Перша теорема Вейерштрасса (лема 1, лема 2, теорема Бернштейна). Порядок збіжності многочленів Бернштейна до функцій класу $C[0, 1]$.

Рівномірне наближення функцій класу $C_{2\pi}$. Друга теорема Вейерштрасса (лема 1, лема 2, лема 3, теорема Валле Пуссена). Наближення функцій частиними сумами ряду Фур'є, сумами Фейєра, сумами Валле Пуссена.

Існування елемента найкращого наближення в лінійних нормованих просторах та його єдиність.

Многочлени найкращого рівномірного наближення для функцій класу $C[a, b]$. Властивості многочлена найкращого наближення. Теорема про існування $(+e)$ -точок і $(-e)$ -точок, теорема про існування мінімальної кількості (e) -точок. Теорема про єдиність многочлена найкращого наближення. Ознака, за якою алгебраїчний многочлен є многочленом найкращого наближення. Чебишовський альтернанс. Побудова многочлена найкращого наближення при відомому Чебишовському альтернансі. Ідея побудови многочлена найкращого наближення при невідомому Чебишовському альтернансі.

Теорія інтерполювання. Постановка задачі інтерполювання. Узагальнений інтерполяційний многочлен. Система функцій Чебишева. Ознака, за якою системи функцій є системою Чебишева. Приклади систем Чебишева. Інтерполяційний многочлен Лагранжа і його залишковий член.

Розділені різниці і їх властивості. Інтерполяційні формули Ньютона для інтерполювання вперед і назад для нерівновіддалених вузлів інтерполювання та їх залишкові члени.

Скінченні різниці та їх властивості. Зв'язок скінченних різниць з розділеними. Інтерполяційні формули Ньютона для інтерполювання вперед і назад для рівновіддалених вузлів інтерполювання та їх залишкові члени.

Інтерполяційні формули Гаусса, Стірлінга, Бесселя. Вибір вузлів інтерполювання. Многочлени Чебишева. Збіжність інтерполяційного процесу. Ознака збіжності. Інтерполяційний многочлен Ерміта та його залишковий член.

Інтерполювання періодичних функцій.

Інтерполювання функцій за допомогою сплайнів. Постановка задачі кусково-кубічної інтерполяції. Єдиність розв'язку задачі, алгоритм розв'язування. Властивість кубічної сплайн-функції. Згладжуюча сплайн-функція. Теорема про зв'язок між згладжуючим кубічним сплайном і інтерполяційним сплайном.

Простір сплайн-функції порядку q , згладжуюча сплайн-функція порядку q . Існування і єдиність інтерполяційної і згладжуючої сплайн-функції.

Середньоквадратичні наближення. Характеристика елемента найкращого наближення в просторі зі скалярним добутком (критерій існування елемента найкращого наближення). Поняття визначника Грама системи елементів простору. Критерій лінійної незалежності системи елементів. Побудова елемента найкращого наближення в просторі зі скалярним добутком. Ортогональні і ортонормовані системи елементів і їх використання для побудови елемента найкращого наближення. Питання практичного вибору системи лінійно незалежних функцій для побудови елемента найкращого наближення.

Постановка задачі середньоквадратичного наближення функцій. Побудова найкращого середньоквадратичного наближення в гільбертовому просторі. Використання системи ортогональних многочленів для побудови многочлена найкращого наближення. Приклади систем ортогональних многочленів. Питання збіжності послідовності елементів найкращого середньоквадратичного наближення в гільбертовому просторі.

Наближення функцій, заданих таблично, за методом найменших квадратів. Ров'язування несумісних систем лінійних алгебраїчних рівнянь за методом найменших квадратів.

Числове інтегрування. Постановка задачі, поняття квадратурної формули, абсцис, коефіцієнтів. Загальна квадратурна формула інтерполяційного типу, обчислення її коефіцієнтів. Квадратурна формула Ньютона-Котеса. Формули прямокутників, трапецій, парабол і трьох восьмих та їх залишкові члени.

Алгебраїчна міра точності квадратурної формули. Квадратурні формули найвищої алгебраїчної міри точності (формули Гаусса). Критерій, за яким квадратурна формула має найвищу алгебраїчну міру точності. Квадратурні формули найвищої алгебраїчної міри точності з ваговою функцією (формули типу Гаусса). Квадратурні формули Чебишева.

Числа і многочлени Бернуллі. Формула Ейлера-Маклорена.

Інші підходи до побудови формул наближеного обчислення визначених інтегралів.

Наближене обчислення невластних інтегралів. Метод Л. В. Канторовича виділення особливостей.

Наближене обчислення кратних інтегралів.

Чисельні методи розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Класифікація наближених методів розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.

Чисельні методи розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь першого порядку. Метод Ейлера та його збіжність. Метод Рунге-Кутта s -го порядку. Часткові випадки методу при $s=1,2,3,4$. Екстаполяційний та інтерполяційний методи Адамса.

Чисельні методи розв'язування задачі Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь першого порядку. Метод Ейлера. Метод Рунге-Кутта s -го порядку. Часткові випадки методу при $s=1,2,3,4$. Екстраполяційний та інтерполяційний методи Адамса.

Чисельні методи розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь вищих порядків. Метод Ейлера. Метод Рунге-Кутта. Екстраполяційний та інтерполяційний методи Адамса. Екстраполяційний та інтерполяційний методи Адамса-Штермера.

Питання збіжності та оцінка похибки методів Рунге-Кутта, Адамса, Адамса-Штермера.

Наближені методи розв'язування крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь. Метод сіток (різницевий метод) розв'язування крайових задач для лінійних диференціальних рівнянь. Ідея методу. Метод заміни диференціального рівняння і крайових умов системою алгебраїчних рівнянь. Питання розв'язності системи різницевих рівнянь. Дискретний принцип максимуму. Метод різницевої прогонки розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Збіжність методу сіток. Метод сіток для розв'язування нелінійних крайових задач.

Метод коллонації.

Варіаційні методи розв'язування крайових задач. Про зв'язок між крайовими задачами для диференціальних рівнянь і варіаційними задачами (теорема 1, теорема 2). Задача відшукування мінімуму функціонала і мінімізаційна послідовність. Метод Рітца. Ознака, за якою побудована за Рітцем послідовність буде мінімізаційною. Питання збіжності мінімізаційної послідовності. Ознака збіжності. Схема обчислень в методі Рітца. Про розв'язність системи лінійних рівнянь. Про вибір координатних функцій. Теорема про повноту системи алгебраїчних і тригонометричних многочленів.

Метод моментів і метод Гальорніна.

Метод найменших квадратів.

Чисельні методи розв'язування крайових задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними. Метод сіток розв'язування крайових задач

для диференціальних рівнянь еліптичного типу. Ідея методу. Спосіб заміни диференціального рівняння сітковим. Спосіб заміни крайових умов сітковими рівняннями. Про розв'язність систем сіткових рівнянь. Дискретний принцип максимуму. Збіжність методу сіток.

Метод сіток розв'язування диференціальних рівнянь параболічного типу. Розв'язування задачі Коші. Явні і неявні різницеві схеми. Про стійкість різницевих схем до похибок заокруглення. Розв'язування змішаних задач. Питання стійкості різницевих схем. Про збіжність методу.

Метод сіток розв'язування диференціальних рівнянь гіперболічного типу. Розв'язування задачі Коші. Розв'язування змішаної задачі. Про збіжність методу.

Наближені методи розв'язування інтегральних рівнянь.

Метод послідовних наближень.

Метод механічних квадратур.

Метод заміни ядра на вироджене.

ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. Цегелик Г.Г. Чисельні методи. – Львів: Вид. ЛНУ імені Івана Франка, 2004. – 408 с.
2. Цегелик Г.Г. Наближені методи розв'язування крайових задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними та інтегральних рівнянь. – Львів: Вид. ЛНУ імені Івана Франка, 2008. – 140 с.

ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

1. Бабенко К.И. Основы численного анализа. М.: Наука, 1986.
2. Бахвалов Н.С. Численные методы. М.: Наука, 1973.
3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.:Наука, 1987.
4. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. М.: Наука, 1966. Т.1.
5. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. М.: Физматгиз, 1960. Т.2.
6. Волков Е.А. Численные методы. М.: Наука, 1987.
7. Гаврилюк І.П., Макаров В.Л. Методи обчислень: У 2 ч. К.: Вища шк., 1995. Ч.1,2.
8. Годунов С.К. Решение систем линейных уравнений. Новосибирск: Наука, 1980.
9. Гончаров В.Л. Теория интерполирования и приближения функций. М.: Гостехиздат, 1954.
10. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. М.: Наука, 1970.

11. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. М.: Наука, 1967.
12. Загускин В.Л. Справочник по численным методам решения алгебраических и трансцендентных уравнений. М.: Физматгиз, 1960.
13. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978.
14. Коллатц Л. Численные методы решения дифференциальных уравнений. М.: ИЛ, 1953.
15. Крылов В.И. Приближенное вычисление интегралов. М.: Наука, 1967.
16. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И. Вычислительные методы: в 2 т. М.: Наука, 1976, 1977. Т. 1-2.
17. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И. Вычислительные методы высшей математики. Минск: Вышэйшая школа, 1975. Т.2.
18. Крылов В.И., Шульгина Л.Т. Справочная книга по численному интегрированию. М.: Наука, 1960.
19. Ляшко И.И., Макаров В.Л., Скоробогатько А.А. Методы вычислений. К.: Вища школа. 1977.
20. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука. 1980.
21. Милн В.Э. Численное решение дифференциальных уравнений. М.: ИЛ, 1955.
22. Михлин С.Г., Смолицкий Х.Л. Приближенные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений. М.: Наука, 1965.
23. Натансон И.П. Конструктивная теория функций. М.: Гостехиздат, 1949.
24. Никольский С.М. Квадратурные формулы. М.: Наука, 1988.
25. Ортега Дж, Пул У. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1987.
26. Самарский А.А. Введение в численные методы. М.: Наука, 1987.
27. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989.
28. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.
29. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986.
30. Форсайт Дж., Моулер К. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. М.: Мир, 1969.